令和4年度全国学力・学習状況調査の調査結果の活用による指導改善に向けた説明会

中 学 校　　数 学　（事例編）

県教育委員会事務局学ぶ力はぐくみ課

〈動画の内容〉

6. 算数・数学の問題発見・解決の過程と数学の問題発見・解決における局面について

7. 調査問題と数学の問題発見・解決における局面について

8. 授業アイディア例について

9. 先生方にお願いしたいこと

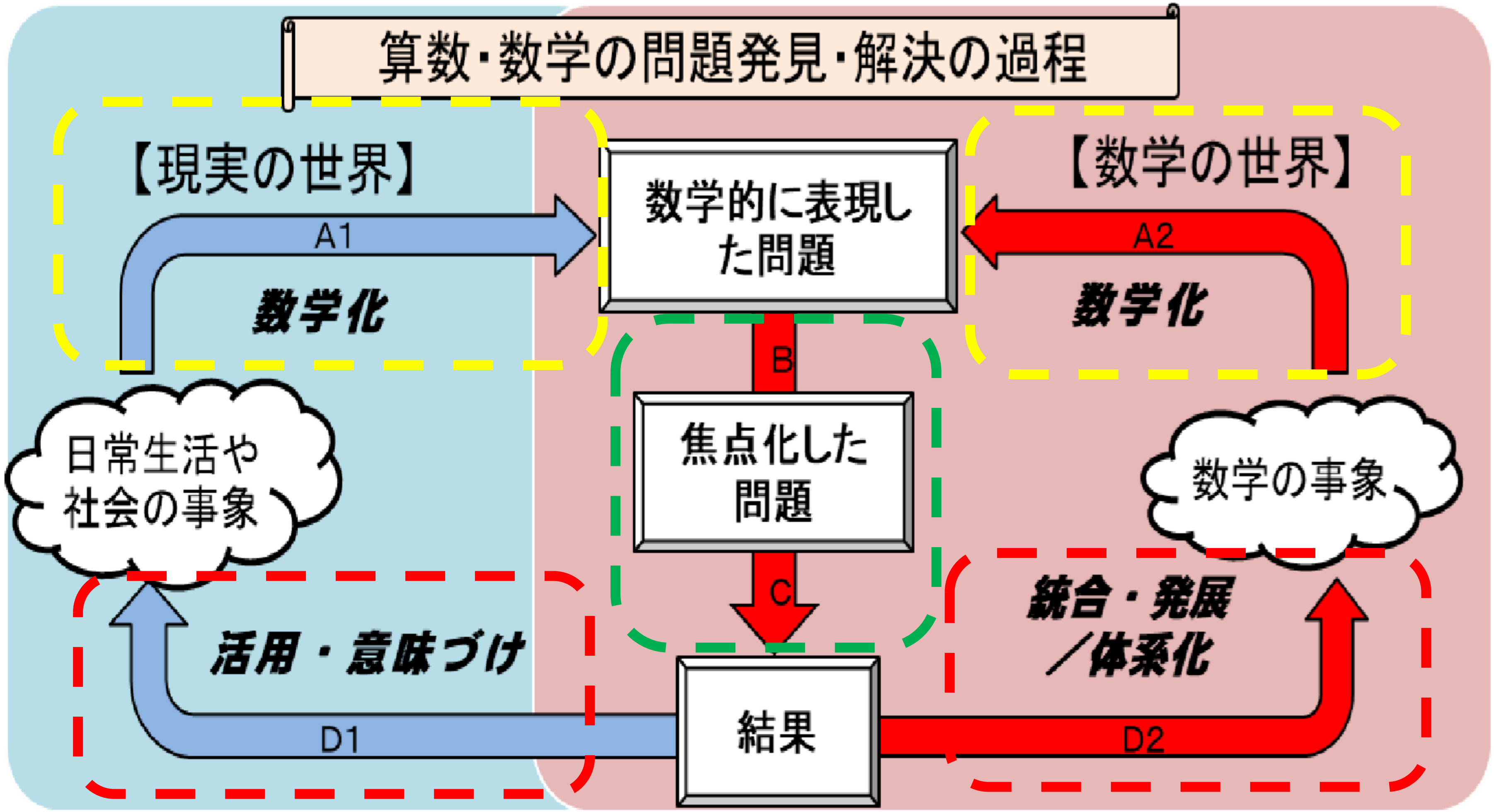
6. 算数・数学の問題発見・解決の過程と数学の問題発見・解決における局面について

数学の問題発見・解決における局面と数学的なプロセスについて

数学の問題発見・解決における局面		数学的なプロセス
Ⅰ	事象における問題を数学的に捉えること	（１）事象を数・量・図形等に着目して観察すること （２）事象の特徴を的確に捉えること （３）理想化したり、単純化したりすること （４）情報を分類したり整理したりすること
Ⅱ	問題解決に向けて、構想・見通しを立てることで焦点化した数学の問題を解決すること	（１）筋道立てて考えること （２）解決の方針を立てること （３）方針に基づいて解決すること （４）事象に即して解釈したことを数学的に表現すること （５）数・式、図、表、グラフなどを活用して、数学的に処理すること （６）数学的に表現したことを事象に即して解釈すること （７）解決の結果を数学的に表現すること
Ⅲ	問題解決の過程や結果を振り返って考察すること	（１）数学的な結果を事象に即して解釈すること （２）必要な情報を選択し判断すること （３）解決の過程や結果を批判的に考察すること （４）解決の過程や結果を振り返り評価・改善すること （５）統合的・発展的に考察すること （６）事象を多面的に見ること

6. 算数・数学の問題発見・解決の過程と数学の問題発見・解決における局面について

算数・数学の学習過程のイメージ



事象における問題を数学的に捉えること

問題解決に向けて、構想・見通しを立てることで焦点化した数学の問題を解決すること

問題解決の過程や結果を振り返って考察すること

7. 調査問題と数学の問題発見・解決における局面について

出題の趣旨

事象を数学的に考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・事象の特徴を的確に捉えること　　・筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明すること
・統合的・発展的に考え、事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明すること

6 康太さんは，２つの偶数（ぐうすう）の和がどのような場合に４の倍数になるかを調べています。

２＋２＝４	４＋２＝　６	６＋２＝　８
２＋４＝６	４＋４＝　８	６＋４＝10
２＋６＝８	４＋６＝10	６＋６＝12

２＋２＝４，４＋４＝８，６＋６＝12 のように，同じ２つの偶数の場合，２つの偶数の和が４の倍数になっていることから，康太さんは次のように予想しました。

４＝４×１
８＝４×２
12＝４×３
３つとも４の倍数になっているね。

予想１

同じ２つの偶数の和は，４の倍数になる。

上の**予想１**がいつでも成り立つことは，次のように説明できます。

説明１

n を整数とすると，偶数は $2n$ と表される。
同じ２つの偶数の和は，
　　$2n+2n=4n$
n は整数だから，$4n$ は４の倍数である。
したがって，同じ２つの偶数の和は，４の倍数になる。

次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）前ページの**説明１**では，n を整数として，同じ２つの偶数の和を $2n+2n=4n$ と表しています。この式は n の値が９のとき，どの ような２つの偶数の和を表していますか。「８＋８＝16」，「14＋14＝28」のように書きなさい。

（２）康太さんは，２＋６＝８のように，同じ２つの偶数の和のほかにも，４の倍数になることがあることから，さらにくわしく調べてみました。

２＋　６＝　８＝４×　２
６＋　２＝　８＝４×　２
10＋14＝24＝４×　６
28＋32＝60＝４×15

そして，次のように予想しました。

予想２

差が４である２つの偶数の和は，４の倍数になる。

２＋６と６＋２は同じとみていいから，
（小さい方の偶数）＋（大きい方の偶数）
について説明すればいいね。

上の**予想２**がいつでも成り立つことを説明します。下の**説明２**を完成しなさい。

説明２

n を整数とすると，差が４である２つの偶数のうち，
小さい方の偶数は $2n$，大きい方の偶数は $2n+4$ と表される。
それらの和は，

$2n+(2n+4)$
＝

（３）同じ２つの偶数の和や，差が４である２つの偶数の和のほかにも２つの偶数の和がいつでも４の倍数になることがあります。どのような２つの偶数のとき，その２つの偶数の和が４の倍数になりますか。前ページの**予想２**のように，「～～は，……になる。」という形で書きなさい。

7. 調査問題と数学の問題発見・解決における局面について

数学的に表現した問題

予想Ⅰ
同じ2つの偶数の和は、4の倍数になる。

焦点化した問題

nを整数とすると、偶数は2nと表される。
同じ2つの偶数の和は、2n+2nと表される。
2n+2nが4×（整数）となることを説明する。

結果

説明Ⅰ
nを整数とすると、偶数は2nと表される。
同じ2つの偶数の和は、
2n+2n=4n
nは整数だから、4nは4の倍数である。
したがって、同じ2つの偶数の和は、4の倍数になる。

局面Ⅰ「事象における問題を数学的に捉えること」

数学化

同じ2つの偶数の和が4の倍数になる説明を振り返る
2n+2n=4nとn=9を代入した式『18+18=36』や『2×9+2×9=4×9』と対比させる
4nが4の倍数であること理解する

数学の事象

康太さんは、２つの偶数の和がどのような場合に４の倍数になるかを調べています。

2＋2＝4	4＋2＝6	6＋2＝8
2＋4＝6	4＋4＝8	6＋4＝10
2＋6＝8	4＋6＝10	6＋6＝12

統合・発展

7. 調査問題と数学の問題発見・解決における局面について

数学的に表現した問題

予想２
差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。

局面Ⅱ「問題解決に向けて、構想・見通しを立てることで焦点化した数学の問題を解決すること」

焦点化した問題

nを整数とすると、差が4である2つの偶数は2n、2n+4と表される。同じ2つの偶数の和は、2n+(2n+4)と表される。
2n+(2n+4)が4×(整数)となることを説明する。

結果

説明２
nを整数とすると、差が4である2つの偶数は2n、2n+4と表される。それらの和は、

$$2n+(2n+4)=4n+4=4(n+1)$$

n+1は整数だから、4(n+1)は4の倍数である。
したがって、差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。

（２）康太さんは，２＋６＝８のように，同じ２つの偶数の和のほかにも，４の倍数になることがあることから，さらにくわしく調べてみました。

$2+6=8=4\times2$
$6+2=8=4\times2$
$10+14=24=4\times6$
$28+32=60=4\times15$

数学化

数学の事象

康太さんは、２つの偶数の和がどのような場合に４の倍数になるかを調べています。

２＋２＝４	４＋２＝６	６＋２＝８
２＋４＝６	４＋４＝８	６＋４＝10
２＋６＝８	４＋６＝10	６＋６＝12

統合・発展

7. 調査問題と数学の問題発見・解決における局面について

数学的に表現した問題

予想３
差が4の倍数である2つの偶数の和は、4の倍数になる。

数学化

数学の事象

康太さんは、２つの偶数の和がどのような場合に４の倍数になるかを調べています。

２＋２＝４	４＋２＝６	６＋２＝８
２＋４＝６	４＋４＝８	６＋４＝10
２＋６＝８	４＋６＝10	６＋６＝12

焦点化した問題

nを整数とすると、差が4の倍数である2つの偶数は2n、2n+4mと表される。同じ2つの偶数の和は、2n+(2n+4m)と表される。
2n+(2n+4m)が4×（整数）となることを説明する。

結果

説明３
nを整数とすると、差が4である2つの偶数は2n、2n+4mと表される。それらの和は、

$$2n+(2n+4m)=4n+4m=4(n+m)$$

n+mは整数だから、4(n+m)は4の倍数である。
したがって、差が4の倍数である2つの偶数の和は、4の倍数になる。

統合・発展

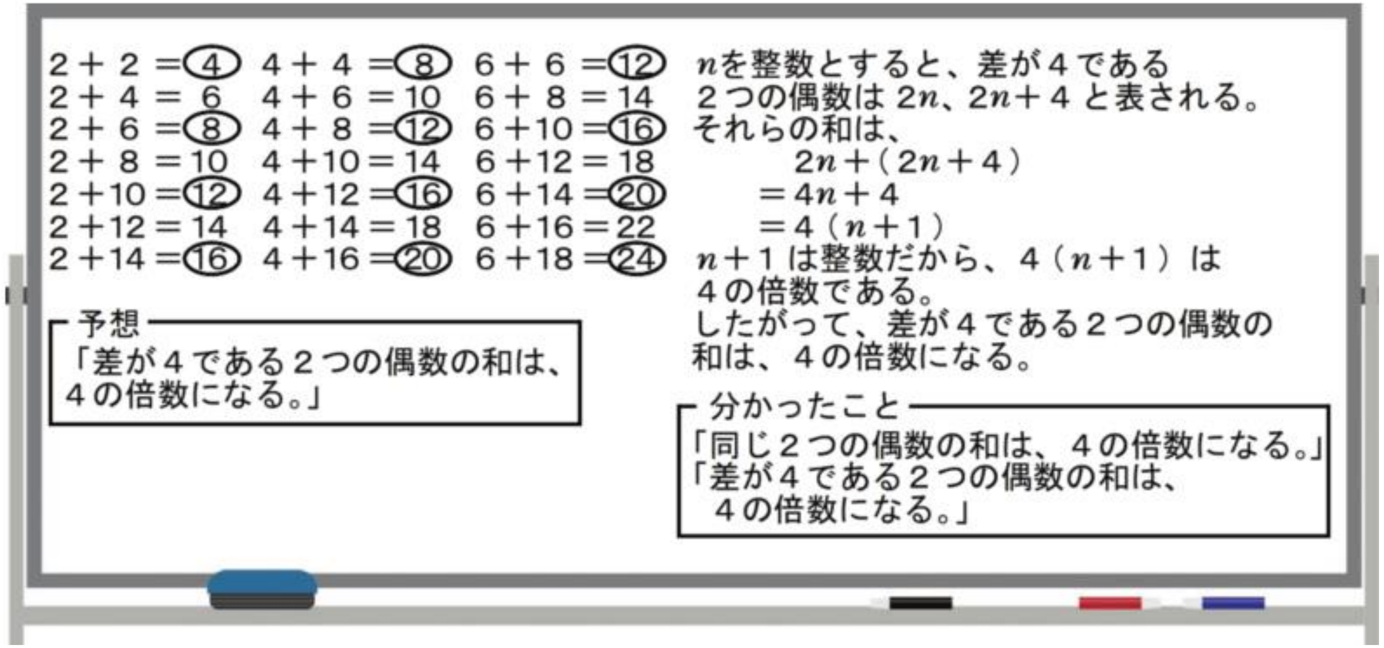
局面Ⅲ「問題解決の過程や結果を振り返って考察する」
「同じ2つの偶数の和が4の倍数」「差が4である2つの偶数の和が4の倍数」になること以外にも4の倍数になるものがあることに気付き、「4の倍数」になるための前提となる2つの偶数について考える。

8. 授業アイディア例について

2つの偶数の和が4の倍数になる条件を見いだそう～説明を振り返り、統合的・発展的に考察する～

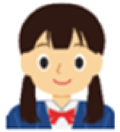
「同じ2つの偶数の和は、4の倍数になる。」ことや「差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」ことを文字式を使って説明しました。この他にも、2つの偶数の和が4の倍数になるときはありますか。

１．差に着目して、２つの偶数の和のもつ性質を調べる。



差が2や6や10である2つの偶数の和は、4の倍数にはなっていないね。

差が8である2つの偶数の和は、12、16、20で、どれも4の倍数になりそうだ。



「差が8である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」ということがいえそうですね。「差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」ことの説明を振り返り、どの部分を変えれば、「差が8である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」の説明になるといえますか。

8. 授業アイディア例について

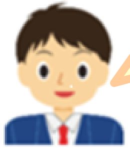
「差が8である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」ということがいえそうですね。「差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」ことの説明を振り返り、どの部分を変えれば、「差が8である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」の説明になるといえますか。

n を整数とすると、差が８である２つの偶数は　２n 、２n ＋８と表される。それらの和は、

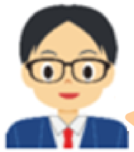
$$2n+(2n+8)$$
$$=4n+8$$
$$=4(n+2)$$

n ＋２　は整数だから、４（n ＋２）は４の倍数である。
したがって、差が８である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

差が4の2つの偶数のときには、2n、2n+4だったので、差が8の2つの偶数のときには、2n、2n+8と変えると、説明できると思います。



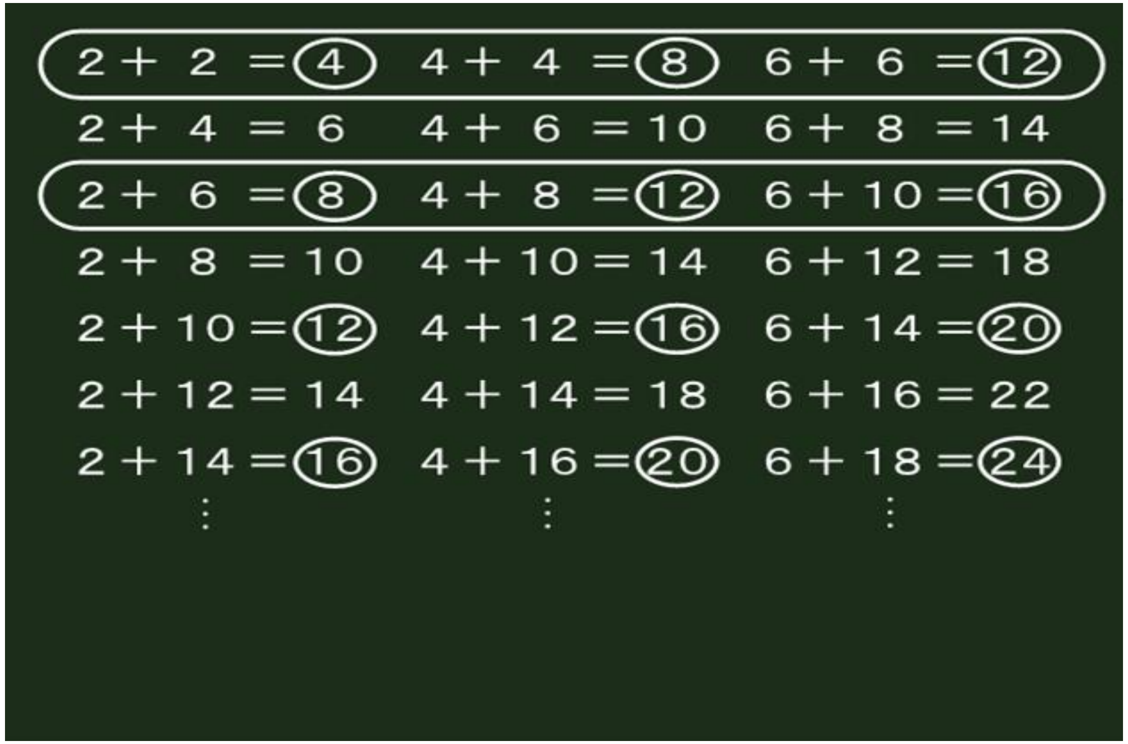
差が4の2つの偶数の和は4(n+1)だったけれど、差が8の2つの偶数の和は4(n+2)になりました。「n+1」が「n+2」になりました。



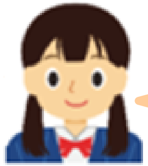
差が8の2つの偶数のときも、差が4のときと同じように、計算すると4×(偶数)の形に変形することができるよ。

そうですね。2n+4の4を8に変えることで、2つの偶数の和は4(n+1)の1が2に変わり、差が8である2つの偶数の和は4の倍数になることが説明できましたね。

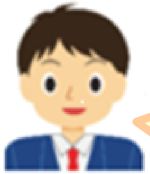
2．２つの偶数の和が４の倍数になるための、前提となる条件に着目する。



同じ2つの偶数や差が4や8の2つの偶数の和が4の倍数になることが分かりました。この他にも4の倍数になるときはありそうですか。



2+14=16、4+16=20となるから、差が12のときも4の倍数になりそうだよ。



差が12の2つの偶数の和が4の倍数になるかどうかは、さっきと同じように説明を書き換えると、2n+(2n+12)=4(n+3)になるね。

4(n+3)において、n+3は整数になるから、4(n+3)は4の倍数になるね。だから、差が12の2つの偶数の和が4の倍数になるといえるよ。

8. 授業アイディア例について

3．「差が４や８、１２である２つの偶数」の場合の説明を振り返り、統合的・発展的に考察する。

2＋ 2 ＝4	4＋ 4 ＝8	6＋ 6 ＝12
2＋ 4 ＝ 6	4＋ 6 ＝10	6＋ 8 ＝14
2＋ 6 ＝8	4＋ 8 ＝12	6＋10＝16
2＋ 8 ＝10	4＋10＝14	6＋12＝18
2＋10＝12	4＋12＝16	6＋14＝20
2＋12＝14	4＋14＝18	6＋16＝22
2＋14＝16	4＋16＝20	6＋18＝24
⋮	⋮	⋮

n、m を整数とすると、差が４の倍数である２つの偶数は

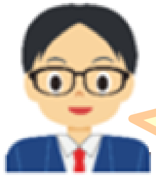
$2n$、$2n+4m$ と表される。それらの和は、

$$2n+(2n+4m)=4n+4m$$
$$=4(n+m)$$

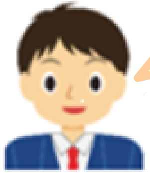
$n+m$ は整数だから、$4(n+m)$ は４の倍数である。したがって、差が４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

差が4や8、12の2つの偶数の和は、4の倍数になることが分かりました。これらのことから、何かいえそうなことはありますか。

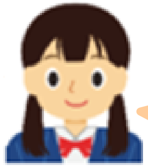
2つの偶数の差である4、8、12は、4の倍数だね。差が4の倍数である2つの偶数の和は、4の倍数になるといえそうだよ。



差が4の倍数である2つの偶数の和は文字式を使うと、どう表せばいいかな。



2つの偶数の差を△とすると、2n+(2n+△)になるから、それを計算すると、4n+△になるよ。この式が4×(整数)となれば、説明できそうだね。



△に当たるのは、4の倍数だから、mを整数として4mとすればいいんじゃないかな。説明を書いてみよう。

8.授業アイディア例について

3．「差が４や８、１２である２つの偶数」の場合の説明を振り返り、統合的・発展的に考察する。

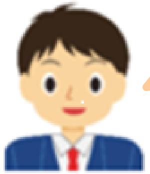
2つの文字を使った説明を基に、これまでの説明を見比べるとどんなことが分かりますか。

n、m を整数とすると、差が４の倍数である２つの偶数は
$2n$、$2n+4m$ と表される。それらの和は、

$$\begin{aligned} 2n+(2n+4m) &= 4n+4m \\ &= 4(n+m) \end{aligned}$$

$n+m$ は整数だから、$4(n+m)$ は４の倍数である。したがって、差が４の倍数である２つの偶数の和は、４の倍数になる。

2つの文字を使った説明は、差が4や8のときだけでなく、差が16や20のときも、2つの偶数の和が4の倍数になることの説明になっていることが分かります。



mが0のとき、4 mが0になるから、同じ偶数の和の場合もいえるね。

ポイント

- ある事柄が成り立つ場合と成り立たない場合を比較する活動を通して、その結論が成り立つための条件を考え、見いだした性質を基に事柄を説明する場面を設定することが大切である。
- 一旦解決された問題の説明を振り返り、見いだした事柄を拡張して考えることで、統合的・発展的に考察する機会を設けることが大切である。

8. 授業アイディア例について

本調査問題における学習指導の改善・充実のためのポイント

○予想した事柄が成り立つことの説明を振り返り、文字を用いた式がどのような事柄を表しているかを確認できるようにする

　問題場面における考察の対象を明確に捉えることができるようにするために、予想した事柄が成り立つことの説明を振り返り、文字を用いた式と具体的な数を用いた式とを相互に関連付けながら、文字を用いた式がどのような事柄を表しているのかを理解できるように指導することが大切である。

○事柄が成り立つ理由を、構想を立て、根拠を明確にして説明できるようにする

　事柄が一般的に成り立つ理由を、構想を立てて説明する場面を設定し、文字式や言葉を用いて根拠を明らかにできるように指導することが大切である。

○結論が成り立つための前提を捉え、見いだした事柄を数学的に表現できるようにする

　与えられた事柄や予想した事柄が成り立つかどうかを、具体例をあげて調べる活動を通して、結論が成り立つための前提を捉え、見いだした事柄を数学的に表現できるように指導することが大切である。

○統合的・発展的に考察することができるようにする

　数学の事象から問題を見いだし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って、数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察できるようにすることが大切である。一旦解決された問題やその解決過程を振り返り、問題の条件や仮定を見直したり、共通する性質を見いだしたりして、統合的・発展的に考察することができるようにすることが大切である。

9. 先生方にお願いしたいこと

中学校数学において

□　正答率や解答類型の反応率等の調査結果を基に、生徒の現状把握と改善の取組につながる分析を行いましょう。

□　分析結果から改善の取組を決定し、その取組を確実に実施しましょう。

□　問題作成の枠組みを参考に、数学的に問題発見・解決する過程を授業づくりに生かしていきましょう。

□　調査問題を授業の題材や評価問題として活用してみましょう。

9.先生方にお願いしたいこと

①解説資料

・出題の趣旨
・領域・内容
・評価の観点
・解答類型
・関連する問題

https://www.nier.go.jp/22chousa/pdf/22kaisetsu_chuu_suugaku.pdf

②報告書

・解答類型と反応率
・分析結果と課題
・学習指導に当たって
・授業アイディア例

https://www.nier.go.jp/22chousakekkahoukoku/report/data/22mmath.pdf

資料の特徴を生かして、学習指導の改善・充実へ